時空理論／物体の大きさ

渡辺 満 （静岡県）

§0 はじめに
次のような内容である。

1）時空 (x^i, G_{ij}, A_i) の G_{ij} や A_i によって、物体の大きさが変化するらしい、それを論じる。

2）その結果、アメリカの‘オレゴン・ボルテックス‘ で起きている不思議現象の 1 つが解ける。（立つ位置によって、人の身長が変る。）

§1 物理的座標
時空理論では、座標が主役である。
その中で、特に、物理的に意味のある‘物理的座標’が重要である。
物理的座標には、次のものがある。 どれも 4 次元座標である。

1） 単相時空の単相座標（広い範囲）。
2） 各点慣性座標、及び、それを自由落下路に沿って連続的につなげた線状座標。
3） 物体座標（小さな範囲）。

● 単相時空は、時空理論（本体）の第 4 章で扱っている。

これは、時空 (x^i, G_{ij}, A_i) の光錐面 G_{ij} が、$G_{ij} = \lambda B_{ij}$ と書ける時空である。

（$B_{11} = B_{22} = B_{33} = -1$ ，$B_{44} = 1$ 他は 0）
単相時空は、物理学における、電磁気学,量子力学,素粒子論などが、前提にする時空であり、その座標である。

我々の宇宙は、どの場所でも、少なくとも局所的には、単相時空だろう。
たぶん、多くの物理学者は、この見解を支持するだろう。
しかし、宇宙全体が 1 枚の単相時空かというと、これには、諸説あるに違いない。
そこで、ここでは、「宇宙のどの場所においても、その近辺では、適当な広さの単相時空になっている。」 としておこう。
単相時空では、その単相座標 (x^i) を考えることができるが、これが 1)である。

（これは数学で言う、多様体の局所座標に、よく似ている）
単相時空・単相座標は、ニュートンの絶対座標と同じか、または、類似のものである。

●各点慣性座標(y^i)は、物理学で言う'局所慣性座標'を各点化したものであり、時空理論（本体）の第 2 章で扱っている。 線状座標(y^i)は、時空理論本体の§1.6 。

●物体は、3 次元格子状に分子・原子が配列し、それが、時間の進行方向に紐のように伸びた 4 次元的存在である。
格子状の分子・原子配列は、そのまま、3 次元空間座標と見なすことができるだろう。
さらに、物体が時間方向に伸びた状態から、それを 4 次元座標に拡張することができる。
こうしてできる 4 次元座標を、4 次元物体座標(z^i)と呼ぶことにする。
（物体の重心点の描く路がz^4軸に一致し、かつ、z^4は物体の固有時を表している。）
（物体座標(z^i)の対象は、小さな物体とする。 大きな物体では、自身の重力によって、歪んだりするから、好ましくないだろう。）

●平坦で一様な空間で・・
無数の銀河系間に広がる、見渡す限り、どこまでも、何万光年も星のない、宇宙空間を想像してみよう。

そこは、完全に平坦、かつ、一様な空間で、完全な単相時空$(x^i, B_{ij}, A_i = 0)$に違いない。

そこでの、小物体の自由落下運動は、完全な等速直線運動であるから、各点慣性座標(y^i)は、どの点においても、時空の単相座標(x^i)に一致するだろう。
（ここで言う'一致'とは、適当な 1 次変換を行うと一致する、という意味である。下に記した。）

この宇宙空間において、自由落下（慣性運動）し、かつ、それ自身の回転もない、小物体を想像するならば、それは、物体のどの点にも慣性力が、生じていないだろう。
すなわち、その物体内部には、歪と応力が存在しない、完全に自由な、物体本来のそのままの姿だろう。
その結果、この物体上では、「物体座標(z^i)と、時空の単相座標(x^i)は、完全に一致する。」に違いない。
こうして、この空間では、(x^i) (y^i) (z^i)の 3 つの座標が一致する。

もう少し、正確に言うならば、定数行列S^i_j T^i_jがあって、定義域で、

$y^i = S^i_j x^j$, $z^i = T^i_j x^j$

と書けるだろう。 ここで、 $\det S^i_j \neq 0$ ， $\det T^i_j \neq 0$ とする。

●天体の近くでは・・
近くに恒星や惑星があるような空間では、物体の自由落下路は曲線となり、小物体の物体座標(z^i)と、時空の単相座標(x^i)は、一致しないだろう。

しかし、一方で、
自由落下する小物体の物体座標(z^i)と、各点慣性座標(y^i)の線状座標(y^i)は、一致するように思える。
（ただし、この小物体は、それ自身が回転していないものとする。）

なぜなら、一般に、自由落下する小物体の重心点は、自由落下路となる。
従って、重心点に限りなく近い点も、自由落下路に限りなく近いだろう。
これから、重心点の路の近傍においては、小物体の物体座標(z^i)と、各点慣性座標の線状座標(y^i)は、一致すると思われる。
ただし、これは、推測であって証明ではないから、厳密に言えば仮説である。

§2 物体の大きさは変化する（1）

物体の大きさは、一定不変か？
衆知のように、物体は、外力や熱の影響によって、大きさが変化する。
しかし、ここでは、それではなく、純粋に時空の性質によって、物体の大きさが変化するか？を問題にする。

すなわち、時空(x^i, G_{ij}, A_i)のG_{ij}やA_iが、物体の大きさを変えるか？ である。

対象を自由落下する小物体としよう。（自由落下路で、その扉が開く。）
前節で、自由落下する小物体においては、物体座標(z^i)と各点慣性座標(y^i)の線状座標(y^i)は、一致するとした。

この路に沿って、各点慣性座標の接続係数${}^{y}\Gamma^i_{jk}$に関して、平行に動く微小ベクトルdz^iを考える。

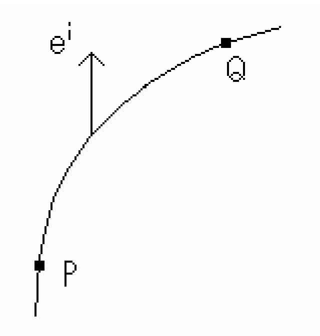
このdz^iに対して、値 $l = \sqrt{G_{ij}(p)dz^i dz^j}$ を考え、これが変化するかどうかによって、物体の大きさの変化を判断する。

質点の自由落下路を $x^i(\tau)$ **とすると、次のように書くことができる。**

$$({}^y\nabla_k v^i)v^k = 0 \quad , \quad v^i = \frac{d}{d\tau}x^i(\tau)$$

この路上に、 ${}^y\Gamma^i_{jk}$ **に関して、平行なベクトル** $e^i(\tau)$ **を与える。**

平行だから、この路上で $({}^y\nabla_k e^i)v^k = 0$ **となっている。**



次の計算を行う。

$$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^i e^j) = \{{}^y\nabla_k(G_{ij}e^i e^j)\}v^k$$

この右辺は、

$$\{{}^y\nabla_k(G_{ij}e^i e^j)\}v^k = ({}^y\nabla_k G_{ij})v^k e^i e^j + G_{ij}({}^y\nabla_k e^i)v^k e^j + G_{ij}e^i({}^y\nabla_k e^j)v^k = 2(A_k v^k)G_{ij}e^i e^j$$

となる。 ここで、 $({}^y\nabla_k e^i)v^k = 0$ **と** ${}^y\nabla_k G_{ij} = 2A_k G_{ij}$ **を使った。 結局、**

$$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^i e^j) = 2(A_k v^k)G_{ij}e^i e^j$$

となる。

$l^2 = G_{ij}e^i e^j$ **と置けば、** $\frac{d}{d\tau}l^2 = 2(A_k v^k)l^2$

これより、

$$\frac{d}{d\tau}\log l^2 = 2(A_k v^k) \quad , \quad \frac{d}{d\tau}\log l = A_k v^k \quad , \quad d\log l = A_k dx^k$$

ある基準点 P での、このベクトルの長さを l_P **とすれば、点 Q での長さ** l_Q **は、この路に沿った線積分によって、**

$$\log l_Q - \log l_P = \int_P^Q A_k dx^k$$

となる。 これから、

$$\log(l_Q / l_P) = \int_P^Q A_k dx^k \quad , \quad l_Q = l_P \exp\left(\int_P^Q A_k dx^k\right)$$

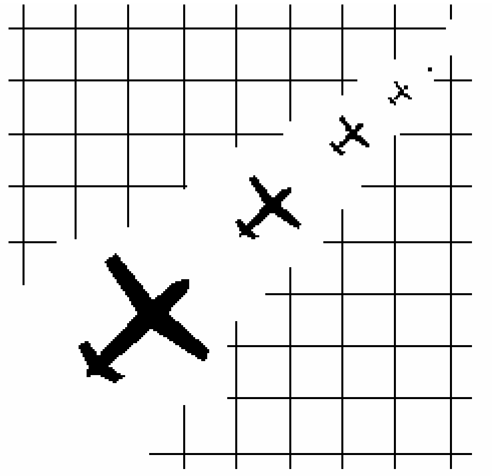
が得られた。
（正の微小定数 ε によって、微小ベクトル $\varepsilon \cdot e^i(\tau)$ を考えても、同じことである。）

● さて、これらの式から、一体何がわかるのか？

最後の式から、計量 G_{ij} で測る、このベクトル $e^i(\tau)$ の長さ l_Q は、A_k の作用によって、どんどん変化する、ことがわかる。

一方で、ベクトル $e^i(\tau)$ は、${}^y\Gamma^i_{jk}$ に関して平行であるから、各点慣性座標の線状座標 (y^i) に同期している。
この自由落下路上に、小物体を置いて考えると、各点慣性座標の線状座標 (y^i) と、小物体の物体座標 (z^i) とは、路の近傍において、一致すると考えられたから（前節）、
これは、自由落下する小物体の大きさが、l_Q に見るように、A_k の作用によって、どんどん変化する、と考えることができる。

${}^y\Gamma^i_{jk}$ そのものは、場として最初から固定して、与えられているのだが、そこに置かれた物体は、路に沿って往くうちに、大きさが変化するのである。
例えば、l_Q が次第に小さくなる場合は、そこに置かれた物体は、計量 G_{ij} で測ると、次第に小さくなるということである。 これは、次図のようなイメージになるだろう。



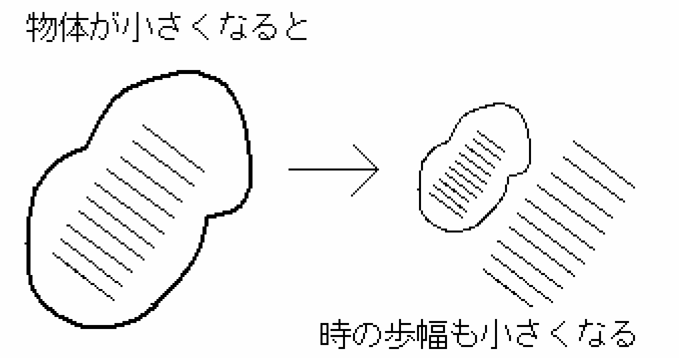
§3 物体計量

ここに現れた $\int_P^Q A_k dx^k$ は、時空理論(本体)第 2 章で定義した、時空ポテンシャルςの符合を、逆にしたものである。
時空理論(本体)第 2 章によれば、時空ポテンシャル ς の物体の固有時 $d\tau$ は、

$d\tau^2 = \exp(2\varsigma) G_{ij} dx^i dx^j$ で与えられるのであった。

前節で見たように、$\int_P^Q A_k dx^k$ が、どんどん負になる場合には、物体は、どんどん小さくなる。
しかし逆に、時空ポテンシャルςは正になるから、その物体内の固有時幅$d\tau$は、どんどん大きくなる。
「物体が小さくなると、逆に、固有時間は大きくなる。」

物理的には、これを次のように理解できる。
簡単に言えば、物体が小さくなると、物体中で刻まれる固有時の歩幅も、同様に小さくなるのである。 その結果、外界に比較して、固有時の歩数は増え、歩数＝固有時間$d\tau$は大きくなるのである。
4 次元時空内で、物体は、過去から未来へ伸びていく、紐のような存在である。
物体が、上記のような理由で縮小するとき、物体は同時に、その時間方向(4 次元的進行方向) にも、縮小するのである。
それが、固有時の変化となる。
もっと言うならば、物体の大きさは 4 次元のあらゆる方向に、同じ割合で変化するのである。
それは、式 $l_Q = l_P \exp\left(\int_P^Q A_k dx^k\right)$ が、ベクトル$e^i(\tau)$の方向に依らないことからわかる。



さて、計量 $\exp(2\varsigma)G_{ij}$ は、固有時を表していた。

しかし、ここで、$\exp(2\varsigma)G_{ij}$ を'物体計量'と呼ぶことにする。

なぜなら、これは固有時のみならず、物体の大きさにも、関係するからである。

前節での、質点の自由落下路 $x^i(\tau)$ に沿った、接続係数 ${}^{y}\Gamma^i_{jk}$ に関して、平行なベクトル $e^i(\tau)$

について、$\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j$ の時間的変化を計算すると、これは 0 になる。

$\frac{d}{d\tau}\{\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j\}=0$ 　である。

すなわち、この'物体計量'で測る、この物体の大きさは、路に沿って一定である。
言い換えれば、この物体計量は、この物体を基準にして測る、この物体を物差しにする、計量である。 と言える。

$\exp(\varsigma)\sqrt{G_{ij}dx^idx^j}$ 　は、dx^i を、この'物体物差し'で測った長さである。

「物体は、時間や距離を測る物差しなのである。」

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

$\frac{d}{d\tau}\{\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j\}=0$ 　を示す。

$$\frac{d}{d\tau}\{\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j\}=\frac{d}{d\tau}\{\exp(2\varsigma)\}G_{ij}e^ie^j+\exp(2\varsigma)\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^ie^j)$$

この右辺第 1 項は、 $d\varsigma=-A_idx^i$ 　より、

$$\frac{d}{d\tau}\{\exp(2\varsigma)\}G_{ij}e^ie^j=2\frac{d\varsigma}{d\tau}\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j=-2A_i\frac{dx^i}{d\tau}\exp(2\varsigma)G_{ij}e^ie^j$$

右辺第 2 項は、前節での結果の

$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^ie^j)=2(A_kv^k)G_{ij}e^ie^j$　より、

$$\exp(2\varsigma)\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^ie^j)=\exp(2\varsigma)2(A_kv^k)G_{ij}e^ie^j$$

これより結果を得る。

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

●距離は物体で測る

僕の机の上には、30cm の竹の物差しがあり、工作物の長さを測る。

物差しでは、せいぜい数十センチまでしか測れないが、もっと長い距離を測るには、例えば、巻尺がある。

江戸時代、日本の伊能忠敬は、日本列島の地図を作るために、海岸線を隈なく歩いて、測量を行った。

その方法は、基本的には、「正確な 1 歩の歩幅を、積み重ねる」 ものであり、歩数から距離を計算したという。

彼は、自分の体を、物差し替わりにした。

このように、「距離を測るには、物を基準にする」、これが距離測定の基本である。

すなわち、「空間の距離は、物体で測る」 のである。

物体の中では、様々な現象が進行して、それが物体という存在を造り出している。

その現象の進行速度が、固有時として現れる。

物体は、時計にも物差しにもなるのである。 それを表現するのが、'物体計量' である。

§4　物体の大きさは変化する（2）

ここまでは、時空ベクトル A_i が、物体の大きさに与える影響を見た。

そこで今度は、単相時空 $(x^i,\lambda B_{ij},A_i)$ において、A_i ではなく、λ が物体の大きさに与える影響を考えてみよう。 A_i の影響は無視したいので、$A_i=0$　とする。

§2 で行った考察・計算を、今の場合に行ってみると、

$$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^ie^j)=2(A_kv^k)G_{ij}e^ie^j$$

の式に、$A_i = 0$ を適用して、$\frac{d}{d\tau}(\lambda B_{ij}e^i e^j) = 0$ となる。

$$\frac{d}{d\tau}(\lambda B_{ij}e^i e^j) = \frac{d\lambda}{d\tau}(B_{ij}e^i e^j) + \lambda \frac{d}{d\tau}(B_{ij}e^i e^j) = 0$$

であるから、

$$\frac{d}{d\tau}(B_{ij}e^i e^j) = -\frac{1}{\lambda}\frac{d\lambda}{d\tau}(B_{ij}e^i e^j)$$

を得る。 これを見ると、$\frac{d\lambda}{d\tau} \neq 0$ であれば、$\frac{d}{d\tau}(B_{ij}e^i e^j) \neq 0$ である。

すなわち、$\frac{d\lambda}{d\tau} \neq 0$ のとき、計量 B_{ij} で測る物体の大きさは、変化する。

●単相座標

単相時空では、単相座標は特別な座標であるから、この座標を目盛にして、物体の大きさを測る、ということが考えられる。
しかも、時空理論(本体)の第４章で示したように、単相時空では、すべての光路は直線であるから、光路の曲がりによって、物体が歪んで見えることはない。
すなわち、物体が小さく見えれば、それは本当に、物体が小さくなっているのである。
（著者覚書：単相座標変換が気になる。）

●オレゴン・ボルテックス

アメリカのオレゴン州に、信じ難いような重力異常地帯 ‘オレゴン・ボルテックス ‘がある。
詳しくは、関連サイト等で見てもらいたいが、この場所の不思議の１つに、
「立つ位置によって、人の身長が変る」 というのがある。
これは、目の錯覚だという人もいるが、僕は、そう見えるだけでなく現実に、人（物体）の大きさが、場所により異なるのだ、と推測している。

この場所が、単相時空であると仮定すれば、本節で得られた結果が、適用できるだろう。

もし、重力異常によって、λB_{ij} の λ の値が場所によって、大きく異なっているとすれば、

「立つ位置によって、人の身長が変る」 が説明できそうだ。

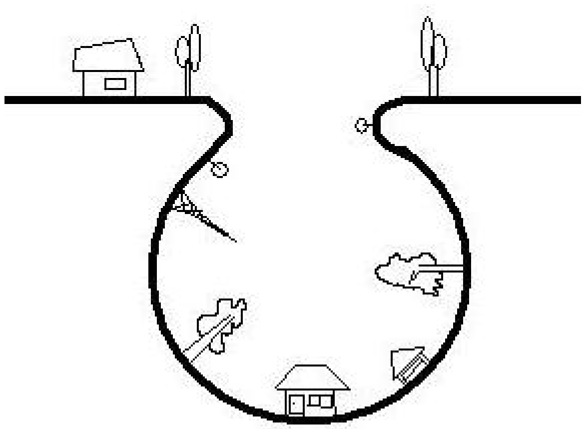
一方で、
「この現象は、光が曲がることによって、そう見えるだけなのだ。」 と言う人もいる。
僕は、この場所を、実際に訪れたわけではないので、その点の判断は、むずかしいが、

もし、光路が曲がっているのなら、周りの景色は、レンズを前に置いたような、見え方をするだろう。
どちらにしても、なぜ、この場所だけ、このように不思議なことが、起きるのだろうか？
この地下には、一体何が潜んでいるのだろうか？

●時空の壷

その公園の周囲を歩いて、外周の距離を、歩数と歩幅で測った。
すると、約 600m であった。
そこで、簡単な計算で、直径は約 200m と推定した。
次に、今度は中に入って、こちらの端から向こうの端まで、公園内を横切って歩いた。
しかし、いくら行けども、向こう側にたどり着けない。
やがて、ようやくたどり着いて、歩数から計算すると、何と直径は 1km もあった。

もし、このような空間が、地上にできたとしても、
現実には、発生する歪みと応力によって、地面が、破壊されてしまうに違いない。



§5　動基底と線状座標

時空 (x^i, G_{ij}, A_i) で、質点の自由落下路 $x^i(\tau)$ を考える。

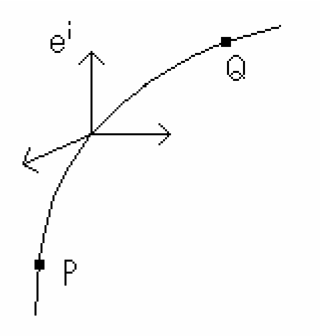
この路上に、各点慣性座標の接続係数 ${}^y\Gamma^i_{jk}$ に関して、平行な4つのベクトル

$$e^i[n](\tau) \qquad (n = 1,2,3,4)$$

を与える。 平行だから、この路上で各 n について、

$$({}^{y}\nabla_k e^i[n])v^k = 0 \quad , \quad v^k = \frac{d}{d\tau} x^k(\tau)$$

となっている。



さて、この4ベクトルの 2 つの内積が、路に沿って、どのように変化するかを調べる。
次を計算する。

$$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^i[m]e^j[n]) = \{{}^{y}\nabla_k (G_{ij}e^i[m]e^j[n])\}v^k$$

この右辺は、§2 と同様の計算で、

$$= ({}^{y}\nabla_k G_{ij})v^k e^i[m]e^j[n] = 2(A_k v^k)G_{ij}e^{i^i}[m]e^{j^i}[n]$$

となる。 結局、

$$\frac{d}{d\tau}(G_{ij}e^i[m]e^j[n]) = 2(A_k v^k)G_{ij}e^i[m]e^j[n]$$

となる。

これによって、この路上のどこかの 1 点で $G_{ij}e^i[m]e^j[n]) = 0$ であれば、その関係がずっと保たれることがわかる。（直交基底）
この基底を用いることで、各点慣性座標 (y^i) の線状座標を、作ることができる。
（時空理論本体§1.6）

§6 あとがき

各点慣性座標 (y^i) の接続係数 ${}^{y}\Gamma^i_{jk}$ などは、ゲージ変換によって不変であるから、別に問題はないが、単相時空 $(x^i, \lambda B_{ij}, A_i)$ の λ や A_i などは、ゲージ変換によって、簡単に変化する。

このようなテーマの最中に、勝手にゲージ変換されると、乗っている梯子が外されたみたいで、

非常にこまる。
何か特別なゲージがあるのだろう。 そこに固定して、考えるべきなのだろう。
それを、‘物理ゲージ’と呼ぶことにしよう。
一応、ローレンツ・ゲージが、それではないかと、目星を付けているが、まだ断言するには早いと思っている。
これから、追求しようと思っている。

2014 年 7 月 Ver1.0 発行
著者:渡辺 満 , 発行者:渡辺 満